

## TD 1 – Langages, AFD et AFN

**Pour chacun des langages suivants, trouver un automate fini déterministe le reconnaissant :**

**Exercice 1.** Les mots sur l'alphabet  $\{a, b\}$  contenant le facteur  $aab$  ou  $aaab$ .

**Exercice 2.** Les mots sur l'alphabet  $\{a, b\}$  contenant un nombre pair de  $a$  et impair de  $b$ .

**Exercice 3.** Les mots sur l'alphabet  $\{a\}$  de longueur multiple de 3.

**Exercice 4.** Pour chaque  $d \in \mathbb{N}$  les mots sur l'alphabet  $\{a\}$  de longueur multiple de  $d$ .

**Exercice 5.** Les représentations binaires d'entiers pairs. Ici entier est entendu au sens positif et les nombres sont donnés dans l'ordre gros-boutiste (c'est à dire l'ordre normal de lecture des nombres, 1 puis 0 puis 1 puis 0 puis 1 puis 0 c'est le nombre binaire 101010 soit 42 en décimal).

**Exercice 6.** Pour chaque  $d \in \mathbb{N}$ , les représentations binaires des entiers multiples de  $d$ .

**Exercice 7.** Pour chaque  $(d, c) \in \mathbb{N}^2$ , les représentations binaires des entiers de la forme  $c + k \cdot d$  pour  $k \in \mathbb{N}$ .

### Puzzles

**Exercice 8.** Pour tout alphabet  $\Sigma$ , donner l'ensemble des mots  $(x, y) \in (\Sigma^*)^2$  tels que  $xy = yx$ .

**Exercice 9.** Expliciter la forme des langages rationnels unaires (c'est-à-dire, sur un alphabet à une lettre).

**Étant donné un langage rationnel  $L$  sur un alphabet  $\Sigma$ , prouver que les langages suivants sont rationnels :**

**Exercice 10.**  $Init(L) = \{u \in \Sigma^* \mid \exists v \in \Sigma^* : uv \in L\}$ .

**Exercice 11.**  $Min(L) = \{w \in L \mid \nexists u \in L : u \text{ préfixe propre de } w\}$ .

**Exercice 12.**  $Max(L) = \{w \in L \mid wu \in L \Rightarrow u = \varepsilon\}$ .

**Exercice 13.**  $Cycle(L) = \{uv \in \Sigma^* \mid vu \in L\}$ .

**Exercice 14.**  $\frac{1}{2}L = \{u \in \Sigma^* \mid \exists v : uv \in L \text{ et } |v| = |u|\}$ .